FONCTIONS ET FONCTIONS LINEAIRES

I. Notion de fonction

Définition : Une fonction numérique f est un procédé de calcul qui, à certains nombres x, associe le nombre noté $f(x)$.

On note $f : x \longmapsto f(x)$

$f(x)$ est l'image de x par la fonction f.
x est un antécédent de $f(x)$ par la fonction f.

Remarque : Un nombre peut avoir plusieurs antécédents mais chaque nombre a au plus une image.

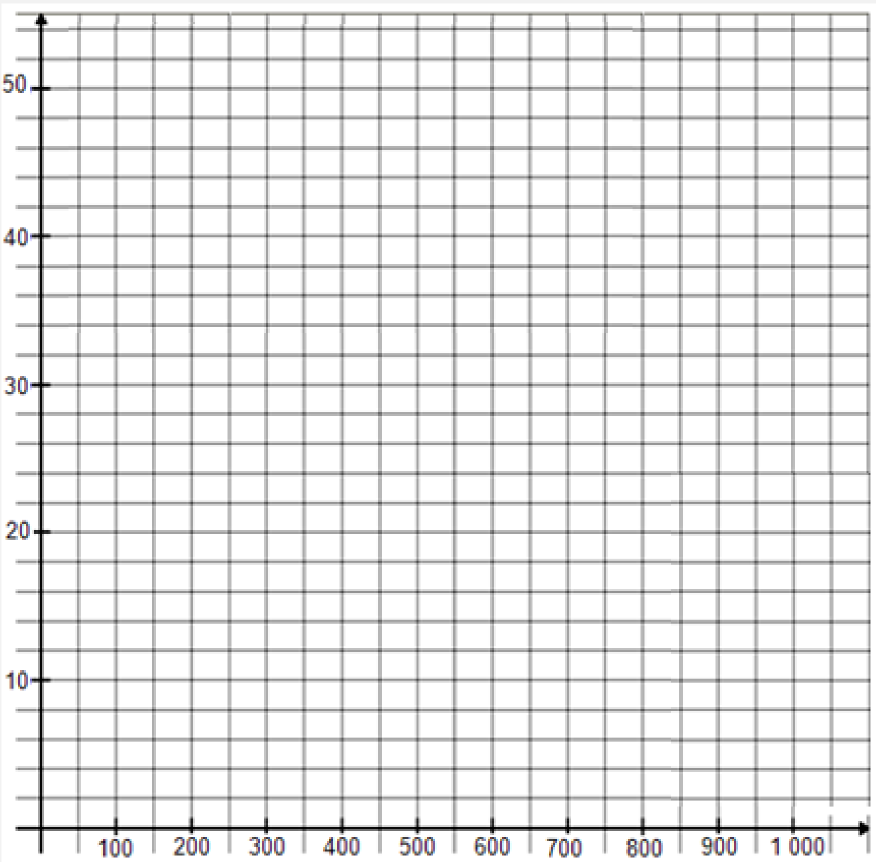
Exercice : Calculer l'image du nombre 4 par la fonction f définie par $f : x \longmapsto x^2 - 5$

Dans cet exemple, on a : $f(x)$ = ………………………….
Par conséquent, on trouve $f(4)$ = ………………………….

Bilan : L'image du nombre 4 par la fonction f est égal à …………………

Définition : Dans un repère, l'ensemble des points de coordonnées (x ; $f(x)$) est appelé représentation graphique de la fonction f dans ce repère.

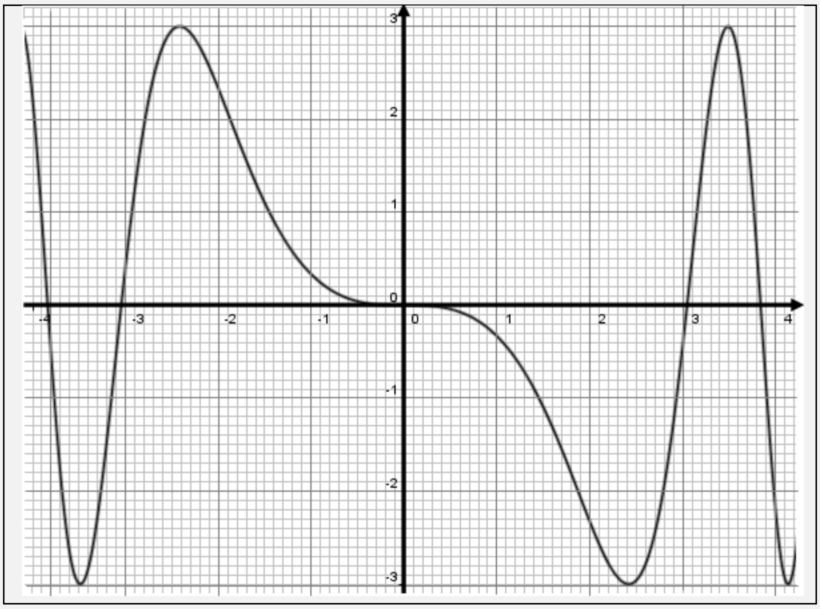
Exercice : Dans le repère ci-dessous, placer 7 points appartenant à la représentation graphique de la fonction $f : x \longmapsto \left(\frac{x}{100}\right)^2 + 6$



Calculs :
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

Exercice :

Voici la représentation graphique d'une fonction f pour toutes valeurs de x entre -4 et 4 :



1) a. Quelle est l'image de 2 par la fonction f ?

……………………………

b. Quelle est l'image de $-3{,}4$ par la fonction f ?

……………………………

2) Combien y-a-t-il de nombres ayant une image égale à 1 par cette fonction entre -3 et 4.

Les donner.

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

II. Fonctions linéaires

Définition : Une fonction linéaire f est une fonction telle qu'il existe un nombre a vérifiant :

$$f(x) = a \times x$$

Exercice : Soit f la fonction linéaire de coefficient 2. On la note $f : x \longmapsto 2x$

Quelle est l'image de 5 par la fonction f ? Quel nombre a pour image 12 par la fonction f ?

- Dans cet exercice, on a : $f(x)$ = ……………………………
  Par conséquent, on trouve $f(5)$ = ……………………………

Bilan : L'image du nombre 5 par la fonction f est égal à …………………

- On cherche le nombre x qui a pour image 12 par la fonction f (Autrement dit, on cherche x tel que ……………………………)
  Cela conduit donc à la résolution d'une équation : ………………………………
  On trouve que x = ……………

Bilan : Le nombre ayant pour image 12 par la fonction f est égal à ………………………

Propriété : Une fonction linéaire peut se déterminer par la donnée d'un nombre non nul et de son image.

Exercice : Soit f une fonction linéaire vérifiant $f(5) = 60$.
Déterminer cette fonction linéaire f.

Comme f est une fonction linéaire, alors ………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

On sait, d'après l'énoncé, que $f(5) = 60$

Mais, on peut aussi écrire que $f(5) =$ …………

Ce qui nous conduit à la résolution d'une équation du 1er degré à une inconnue : ……………

On trouve : ………………

Bilan : La fonction linéaire f vérifiant $f(5) = 60$ est définie par $f(x)$ = ……………

Représentation graphique

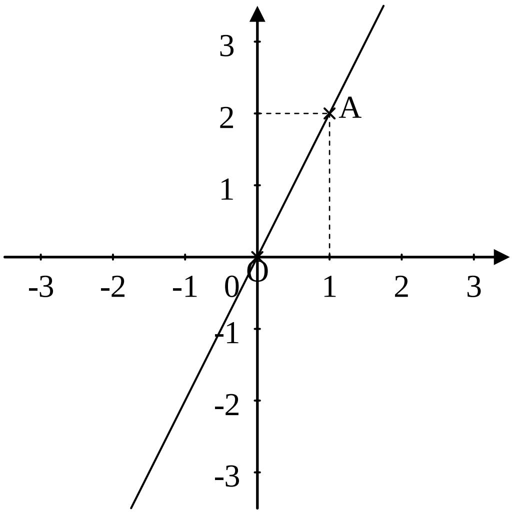
Propriété : Soit f la fonction linéaire définie par $f : x \longmapsto a \times x$
Dans un repère, la représentation graphique de la fonction linéaire f est la droite passant par :

- L'origine du repère
- Le point de coordonnée $(1\ ;\ a)$

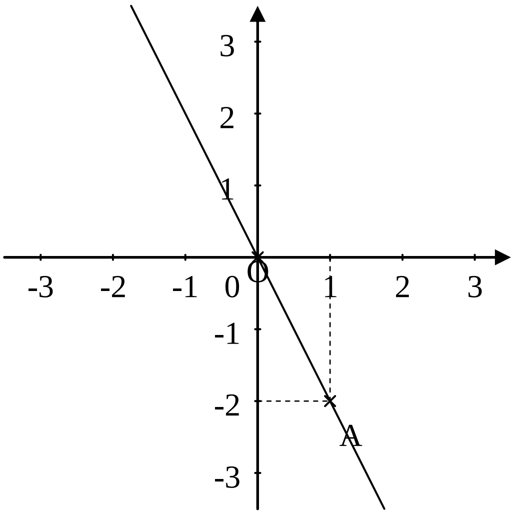
On dit que cette droite a pour équation $y = ax$ où a est le coefficient directeur de la droite.
(Il indique la direction de la droite)

Propriété réciproque : Dans un repère, toute droite passant par l'origine, autre que l'axe des ordonnées, est la représentation graphique d'une fonction linéaire.

1er cas : $a > 0$



2nd cas : $a < 0$

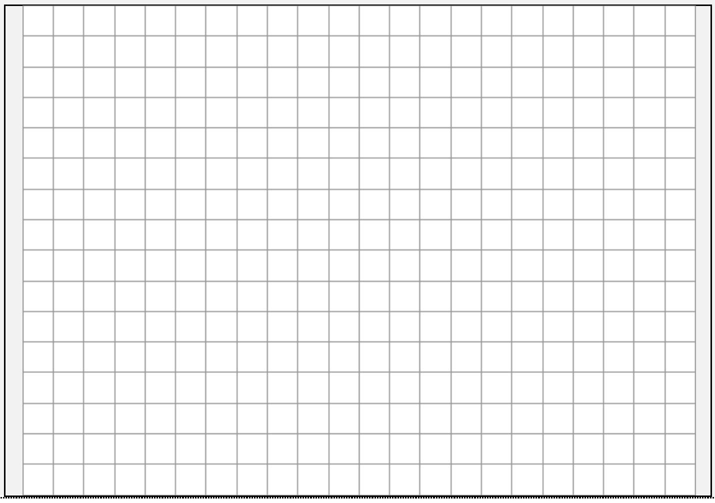


Exercice :

Soit f et g deux fonctions linéaires respectivement définies par :

- $f : x \longmapsto 5x$
- $g : x \longmapsto -3x$

Représenter dans un même repère fonctions linéaires f et g.
(Vous utiliserez le papier quadrillé ci-contre)



III. Proportionnalité et fonction linéaire

Propriété : A toute situation de proportionnalité, on peut associer une fonction linéaire.
On dit que cette fonction linéaire modélise la situation de proportionnalité.
Le coefficient de cette fonction linéaire est le coefficient de proportionnalité.

Exemple : Une voiture consomme 5 L de carburant pour parcourir 100 km
Quelle distance peut-il parcourir avec 45 L de carburant ? avec 2,5 L ? avec 7,5 L ?

Résolution :
Le volume de carburant consommé est supposé proportionnel à la distance parcourue.
On peut utiliser diverses méthodes pour compléter un tableau de proportionnalité :

- Le coefficient de proportionnalité

Quantité de carburant (*en L*)	5	45
Distance parcourue (*en Km*)	100	900

$\times 20$

Ainsi, avec 45 L de carburant, la voiture parcourt 900 km.

Si l'on désigne par x la quantité de carburant consommé et par $f(x)$ la distance parcourue
On peut donc affirmer ici que cette situation peut être modélisée par la fonction linéaire

$$f : x \longmapsto 20x$$

- La méthode additive

$+$

Quantité de carburant (*en L*)	5	2,5	7,5
Distance parcourue (*en Km*)	100	50	150

$+$

Ainsi, avec 7,5 L de carburant, la voiture parcourt 150 km.

Propriété : Soit f une fonction linéaire.
Soient x_1 et x_2 deux nombres, alors $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$

Retour à l'exemple :

- La méthode multiplicative

$\times 0{,}5$

Quantité de carburant (*en L*)	5	2,5
Distance parcourue (*en Km*)	100	50

$\times 0{,}5$

Ainsi, avec 2,5 L de carburant, la voiture parcourt 50 km.

Propriété : Soit f une fonction linéaire.
Soient x un nombre et k un nombre fixé, alors $f(kx) = k \times f(x)$

IV. Application aux pourcentages *(Exemples)*

	Prendre p % de x	Augmenter x de p %	Diminuer x de p %
Calcul à effectuer	Multiplier par $\frac{p}{100}$	Multiplier par $\left(1+\frac{p}{100}\right)$	Multiplier par $\left(1-\frac{p}{100}\right)$
Fonction linéaire	$f : x \longmapsto \frac{p}{100} \times x$	$f : x \longmapsto \left(1+\frac{p}{100}\right) \times x$	$f : x \longmapsto \left(1-\frac{p}{100}\right) \times x$
Exemple	Prendre 5% de 20 : $f(20) = 0{,}05 \times 20 = 1$	Augmenter 20 de 5% $g(20) = 1{,}05 \times 20 = 21$	Diminuer 20 de 5% $h(20) = 0{,}95 \times 20 = 19$